

# Algorithme de tri

Jean-François Berdjugin

IUT1, Département SRC, L'Isle  
d'Abeau

# Tri

- Nous passons notre vie à organiser, trier des données par ordre de mérite, par ordre alphabétique, par distance (Z-sorting), ...
- Un ordinateur si il calcul mal, trie bien.
- Un algorithme juste est-il performant, suivant quels critères (mémoire, temps d'exécution, accès disques, ...) ?
- Un problème important qui à donné naissance aux méthodes formelle (C.A.R.Hoare)

# Tri

- Algorithme
  - **séquentiel**
  - parallèle
- Algorithme
  - **itératifs**
  - Récursifs
- Tri :
  - **Interne**
  - externe
- Performance en temps (fonction des données)
  - Meilleur cas
  - Plus mauvais cas

# Temps d'exécution

- Temps d'exécution en  $\log_2 n$ ,  $n$ ,  $n \log_2 n$ ,  $n^2$

=>

$N = 15 \text{ min} = 900 \text{ s} = 900\,000 \text{ ms}$

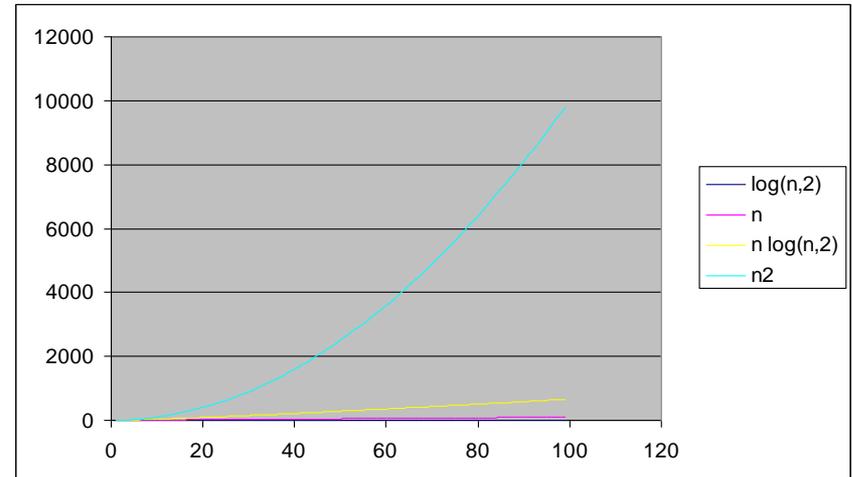
$\log_2 900\,000 = 19 \text{ ms}$

$n \log_2 900\,000 = 17\,801\,609 \text{ ms} =$   
 $17\,801 \text{ s} = 296 \text{ s} = 5 \text{ min}$

$900\,000^2 = 8,1 \cdot 10^{11} \text{ ms}$

= 9 jours

=> Ça vaut le coup d'étudier des algorithmes de tri.



# Trier

- Trier c'est ordonner suivant une relation d'ordre (relation binaire, réflexive, antisymétrique, transitive)
- Exemples :  $\leq$ , ordre alphabétique, grade, ...

# Algorithmes lents

Les algorithmes que nous allons étudier sont dit lents, leur plus mauvais cas d'exécution a une complexité asymptotique en  $O(n^2)$ .

Pour aller plus vite ( $O(n \ln n)$ ), il nous faut

- soit des arbres et la récurrence,
- soit des tris externes
- soit du parallélisme

# Tri par insertion

- Idée : on prend les éléments les uns après les autres et on les insère parmi les éléments déjà triés

=>

Une boucle pour parcourir le tableau

Une boucle pour insérer à la bonne place

# Tri par insertion

```
public static void triInsertion(int tableau[])
{
    int i,j, m;
    int l = tableau.length -1;
    for (i=1; i <= l; i++)
    {
        m = tableau[i];
        j=i;
        while (j>0 && tableau[j-1]>m)
        {
            tableau[j]=tableau[j-1];
            j=j-1;
        }
        tableau[j]=m;
    }
}
```



# Tri par insertion

10	8	12	6	8	0	11
8	10	12	6	8	0	11
8	10	12	6	8	0	11
6	8	10	12	8	0	11
6	8	8	10	12	0	11
0	6	8	8	10	12	11
0	6	8	8	10	11	12

# Tri par sélection

- Idée : trouver le plus petit et le placer en premier puis trouver le plus petit parmi les éléments non placés et le placer en second, etc.

=>

Une boucle de parcourt du tableau

Une boucle pour trouver le min

# Tri par sélection

```
public static void triSelection(int tableau[])
{
    int i,j,m, min;
    int l = tableau.length - 1;
    for (i=0; i< l; i++)
    {
        min = i;
        for (j=i+1; j<=l; j++ )
        {
            if (tableau[j]< tableau[min])
                min=j;
        }
        m=tableau[i];
        tableau[i] = tableau[min];
        tableau[min] = m;
    }
}
```



# Tri par selection

10	8	12	6	8	0	11
0	8	12	6	8	10	11
0	6	12	8	8	10	11
0	6	8	12	8	10	11
0	6	8	8	12	10	11
0	6	8	8	10	12	11
0	6	8	8	10	11	12

# Tri a bulle

- Idee : permuter les éléments adjacents mal placé et parcourt autant de fois que nécessaire du tableau

=>

Une boucle pour selectioner les éléments

Une boucle pour les permutations

# Tri à bulles

```
public static void triBulle(int tableau[])
{
    int i,j,m;
    int l = tableau.length -1;
    for ( i=l; i>=0; i--)
        for (j=1; j<=i; j++)
            if (tableau[j-1] > tableau[j])
                {
                    m = tableau[j-1];
                    tableau[j-1] = tableau[j];
                    tableau[j]=m;
                }
}
```



# Tri à bulle

10	8	12	6	8	0	11
8	10	12	6	8	0	11
8	10	12	6	8	0	11
8	10	6	12	8	0	11
8	10	6	8	12	0	11
8	10	6	8	0	12	11
8	10	6	8	0	11	12

# Tri à bulle

8	10	6	8	0	11	12
8	10	6	8	0	11	12
8	6	10	8	0	11	12
8	6	8	10	0	11	12
8	6	8	0	10	11	12
8	6	8	0	10	11	12

# Tri à bulle

8	6	8	0	10	11	12
6	8	8	0	10	11	12
6	8	8	0	10	11	12
6	8	0	8	10	11	12
6	8	0	8	10	11	12
6	8	0	8	10	11	12
6	0	8	8	10	11	12
6	0	8	8	10	11	12

# Tri à bulle

6	0	8	8	10	11	12
0	6	8	8	10	11	12
0	6	8	8	10	11	12
0	6	8	8	10	11	12
....						
....						
0	6	8	8	10	11	12

# Comparaison

Complexité :

- Tri par insertion : en  $n^2$  (double imbriquées)
- Tri par sélection : en  $n^2$
- Tri à bulle : en  $n^2$

Mais d'autres algorithmes donc beaucoup reposent sur le principe de diviser pour régner existent :

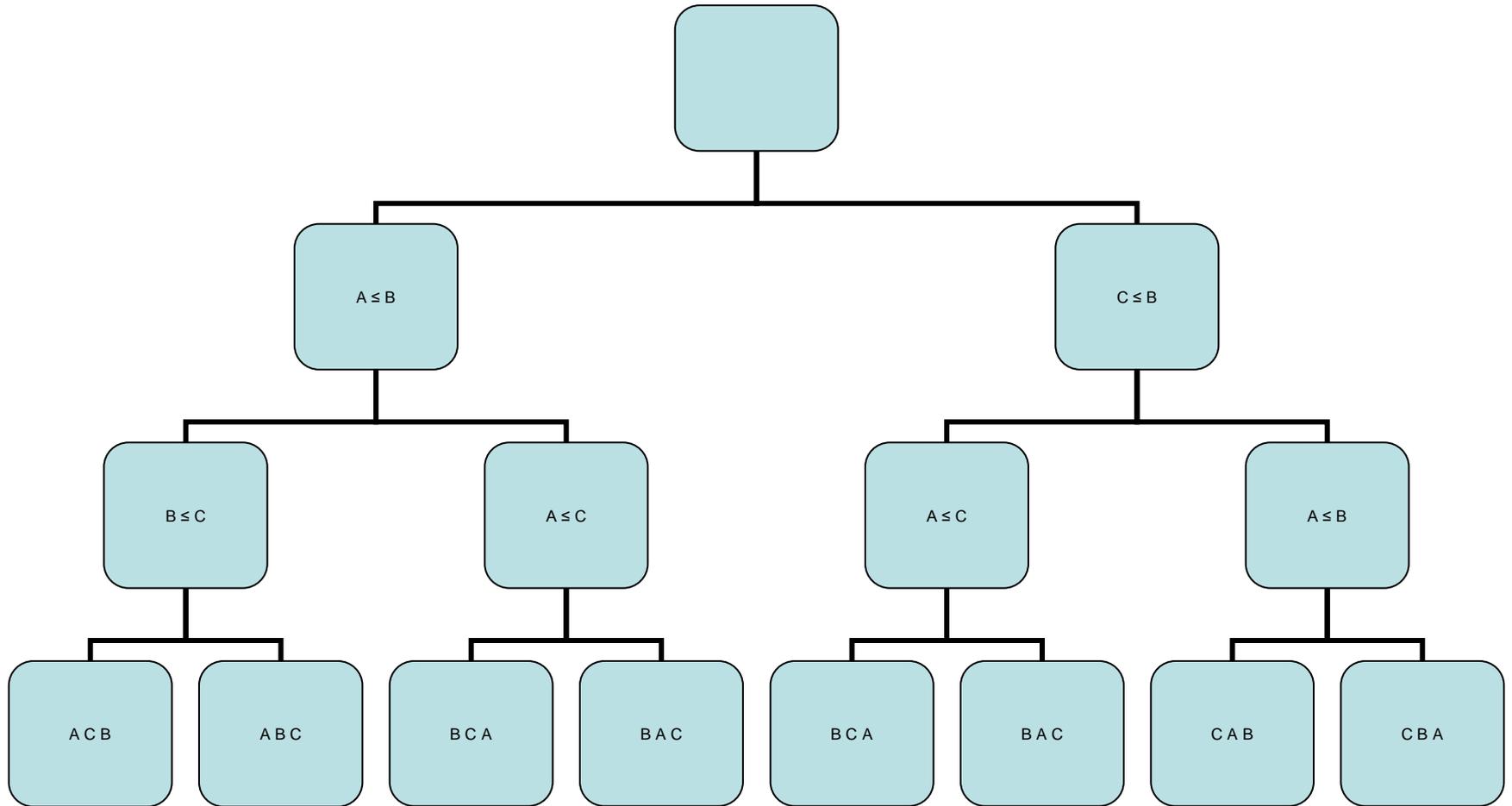
- Tri par casier : en  $N$ , c'est un algorithme de tri externe
- Tri par tas (tri par comparaison) : en  $N \log N$
- ...

# Tri par comparaison

- Principe comparer deux cases
- Si l'on doit trier  $n$  éléments alors ces  $n$  éléments peuvent former  $n!$  combinaisons.
- Si l'on utilise un arbre de résolution (représentant l'ensemble des comparaisons) de hauteur  $h$  (chemin de la racine vers la feuille) alors le nombre maximal de feuille est de  $2^h$

On a donc  $n! \leq 2^h$

# Tri par comparaison



# Tri par comparaison

On a donc  $n! \leq 2^h$  ( $6 \leq 8$ )

$\Leftrightarrow$

$\log_2(n!) \leq \log_2(2^h)$

Or la limite de  $n \log_2 n = \log_2 n!$

$\Rightarrow$   $h$  est la limite inférieure de  $n \log_2 n$

$\Rightarrow$  Il faudra au moins  $n \log_2 n$  comparaison

$\Rightarrow$  Bref dans le pire des cas on ne pas dépasser un certain niveau de performance

$\Rightarrow$  Les algorithmes sont adaptés à des circonstances (des cas, des sous-problèmes).

# Tri par casier

La plage des données est limitée :

- On crée un tableau temporaire (les casiers) dont la taille est celle de la plage des données
- On range dans les casiers le nombre d'occurrence des valeurs du tableau initial
- On parcourt les casiers dans l'ordre pour créer le tableau trié.

# Tri casier

```
public static void triCasier(int tableau[]){
    int longueur=tableau.length;
    int mini=tableau[0]; int maxi=tableau[0];

    for(int i=1;i<longueur;i++){
        if(mini>tableau[i]) {mini=tableau[i];}
        if(maxi<tableau[i]) {maxi=tableau[i];}}

    int tmpLong=maxi-mini+1; int tmpTableau[]=new int[tmpLong];

    for(int i=0;i<tmpLong;i++){ tmpTableau[i]=0; }
    for(int i=0;i<longueur;i++) {tmpTableau[tableau[i]-mini]++; }

    int compt=0;
    for(int i=0;i<tmpLong;i++)
    {
        while(tmpTableau[i]>0)
        {
            tableau[compt]=mini+i;
            tmpTableau[i]--;
            compt++;
        }
    }
```

# Tri casier

tableau 

4	3	10	4	3	2
---	---	----	---	---	---

mini : 2

maxi : 10

tmpLong: 9

1	2	2	0	0	0	0	0	1
0	1	2	3	4	5	6	7	8
2	3	4	5	6	7	8	9	10

casiers

tableau 

2	3	3	4	4	10
---	---	---	---	---	----

# La suite

Les objets : un moyen de lier les données (les variables d'instance) et les mécanismes portant sur ces données (les méthodes).